

УДК 550.34

## О ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В СРЕДНИХ ШИРОТАХ ЗЕМЛИ, ОБУСЛОВЛЕННОЙ ВРАЩЕНИЕМ ПЛАНЕТЫ

© 2011 г. Член-корреспондент РАН Б. В. Левин, Е. В. Сасорова, А. В. Доманский

Поступило 22.11.2010 г.

Уже почти 100 лет научное сообщество пытается разобраться с интригующей проблемой “критических широт” [11]. Согласно теоретическим исследованиям в области прецессии, нутации и точной фигуры Земли, в зоне 35-й параллели (северного и южного полушарий) изменяется напряженное состояние планеты. Именно в этих зонах ( $\pm 35^\circ$ ) главные напряжения приводят к формированию системы глубинных разломов и складчатости в коровом слое [3, 4]. Однако вопрос о причинах и физическом механизме, обуславливающим особую роль критических широт в формировании рельефа Земли и проявлении сейсмической активности, пока остается открытым. Цель настоящей работы — представить модель, описывающую развитие двух симметричных относительно экватора зон гидродинамической неустойчивости в средних широтах планеты, обусловленных ее вращением, и показать проявления этой неустойчивости на материалах последних геофизических наблюдений.

Как отмечали В.Е. Хаин и Н.В. Короновский [6], повышенная тектоническая и магматическая активность земных недр в области между  $30^\circ$  северной и южной широты связана с ускоренным вращением этой области по сравнению с полярными областями. Показано также, что этот фактор действовал уже на ранней стадии развития нашей планеты. Анализ накопленных материалов в геологии и геофизике, а также современные представления об эффектах гидродинамической неустойчивости [5] позволили авторам выдвинуть следующую гипотезу.

В любом вращающемся тяжелом шаре (планете) выделяются три характерные области: две симметрично расположенные полярные области, каждая из которых занимает пространство от полюса до некоторой критической параллели в

средних широтах, и одна приэкваториальная область, заключенная между критическими параллелями. Различие в линейных скоростях движения частиц в приэкваториальной и полярных областях (из-за сильного различия средних радиусов областей) приводит к возникновению зоны гидродинамической неустойчивости на границе между двумя соседними областями с сильно различающимися скоростями движения частиц. Развитие неустойчивости в таких зонах должно проявляться в образовании турбулентности, порождающей возмущения в формирующейся твердой оболочке Земли, наблюдаемые в виде широтных систем разломов и областей высокой сейсмической активности.

С целью обоснования основных положений гипотезы авторами предложена теоретическая модель явления и рассмотрена задача вычисления вариации момента инерции вращающейся планеты как функции геоцентрической широты для однородной, а также для слоисто-неоднородной по плотности Земли.

Любое вращающееся вокруг заданной оси сплошное упругое материальное тело можно представить в виде бесконечной суммы составляющих это тело вращающихся бесконечно тонких круговых дисков толщиной  $dz$  и радиусом  $r$ , каждый из которых перпендикулярен оси вращения (рис 1а). Тогда в силу свойства аддитивности момент инерции тела будет равен сумме моментов инерции всех таких дисков. Задача состоит в исследовании вариаций момента инерции вращающегося диска применительно к случаю вращающейся кусочно-неоднородной и упругой Земли.

Приближением геоида будем считать эллипсоид вращения. Определим момент инерции и вариацию момента инерции вращения этого эллипсоида как функции высоты, отсчитываемой от плоскости экватора до полюса. На первом этапе рассмотрим модель однородной по плотности Земли ( $\rho$ ).

Момент инерции  $j(z)$  тонкого кругового диска радиусом  $r$ , имеющего постоянную поверхностную плотность  $\sigma$ , определяется формулой

*Институт морской геологии и геофизики  
Дальневосточного отделения  
Российской Академии наук, Южно-Сахалинск  
Институт океанологии им. П.П. Ширинова  
Российской Академии наук, Москва*

$$j(z) = \frac{\pi}{2} r^4 \sigma = \frac{\pi}{2} R^4 \left(1 - \frac{z^2}{H^2}\right)^2 \sigma, \quad (1)$$

где  $R$  и  $H$  – экваториальный и полярный радиусы Земли соответственно. Тогда  $\sigma = \rho dz$ , сжатие эллипсоида  $\varepsilon = \frac{R-H}{R}$ , а момент инерции слоя эллипсоида вращения толщиной  $h$ ,  $0 \leq h \leq H$ , принимая  $t = \frac{h}{H}$ , можно записать в виде

$$J(h) = \frac{\pi}{2} \rho R^4 \int_0^h \left(1 - \frac{z^2}{H^2}\right)^2 dz = \frac{\pi}{2} \rho R^5 (1 - \varepsilon) \left(t - \frac{2}{3} t^3 + \frac{1}{5} t^5\right) = \frac{15}{16} J_0 \left(t - \frac{2}{3} t^3 + \frac{1}{5} t^5\right), \quad (2)$$

$$J_0 = \frac{8\pi}{15} \rho R^4 H = \frac{8\pi}{15} \rho R^5 (1 - \varepsilon), \quad (3)$$

где  $J_0$  – момент инерции эллипсоида вращения с полуосями  $R$  и  $H$  и с плотностью  $\rho$ .

Пусть  $\zeta(t) = t - \frac{2}{3} t^3 + \frac{1}{5} t^5$ , вторая производная  $\zeta''(t) = -4(t - t^3) \leq 0$ , поэтому функция  $\frac{dJ}{dh}$  убывает с ростом  $h$ . График функции  $\frac{dJ}{dh}$  будет иметь точку

перегиба  $h_* = \frac{H}{\sqrt{3}}$ . Этой точке соответствует широта  $\varphi^* = 35^\circ 15' 22''$  (рис. 1а). Поскольку по построению  $j(h) = dJ(h)$ , то момент инерции тонкого кругового диска имеет такую же точку перегиба, в которой его величина меняет отрицательное ускорение убывания на соответствующее положительное ускорение.

Таким образом, критическая геоцентрическая широта – это точка перегиба для графика момента инерции бесконечно тонкого слоя Земли, при этом момент инерции определяется как функция расстояния от экваториальной плоскости до параллельной ей плоскости, которая пересекает земной шар на данной широте. Следует отметить, что это значение геоцентрической широты совпадает со значением, полученным другим путем и приведенным в работе [4].

При расчетах принималось, что средняя плотность Земли  $\rho = 5.5145 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, экваториальный радиус  $R = 6.378 \cdot 10^6$  м, сжатие  $\varepsilon = 0.003353$ , тогда момент инерции однородной Земли  $J_0 = 9.720 \cdot 10^{37}$  кг · м<sup>2</sup>.

Рассмотрим случай слоисто-неоднородной Земли, представленной в виде  $n$  эллипсоидальных слоев постоянной плотности, имеющих одинаковое сжатие  $\varepsilon$  (рис. 1б). Каждый такой слой является разностью объемов двух соответствующих эллипсоидов вращения. Определим момент инерции вращения такой составной фигуры как

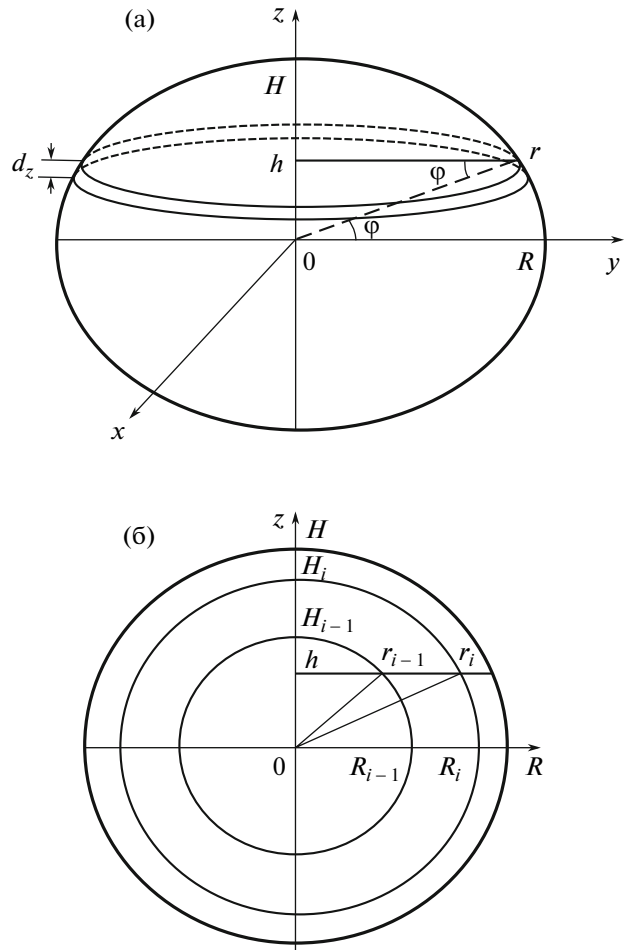


Рис. 1. Иллюстрация дисковой модели однородной (а) и слоисто-неоднородной Земли (б).

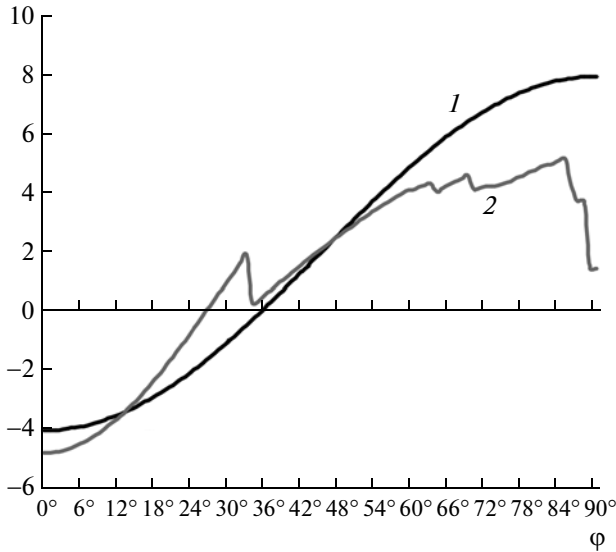
функцию высоты, отсчитываемой по лучу, проведенному от центра Земли до северного полюса.

В этом случае  $R_i, H_i$  – большая и малая полуоси эллипсоидов,  $R_n \equiv R$  – экваториальный, а  $H_n \equiv H$  – полярный радиусы Земли. Момент инерции вращения  $j_i^0$  бесконечно тонкого кругового диска плотности  $\rho_i$ , толщиной  $dz$  и радиусом  $r_i$  определен в формуле (1). Будем считать, что сжатия  $\varepsilon = \frac{R_i - H_i}{R_i}$  всех слоев равны. Тогда момент инерции бесконечно тонкого кольца с внутренним и внешним радиусами  $r_{i-1}$  и  $r_i$

$$j_i(z) = j_i^0(z) - j_{i-1}^0(z) = \frac{\pi}{2} (r_i^4(z) - r_{i-1}^4(z)) \rho_i dz,$$

а суммарный момент инерции  $j_s(z)$  для  $n$  таких колец определится равенством  $j_s(z) = \sum_{i=1}^n j_i(z)$ . После

замены переменных  $t = \frac{h}{H}, \xi = \frac{z}{H}, \beta = \frac{H_i}{H}, \gamma_i = \frac{\rho_i}{\rho}$ ,



**Рис. 2.** Зависимость безразмерного ускорения вариации момента инерции Земли от широты для однородной Земли (1) и неоднородной Земли (2). Горизонтальная ось – широта.

где  $\rho$  – средняя плотность Земли,  $J_0$  определено в (3), и интегрирования получаем

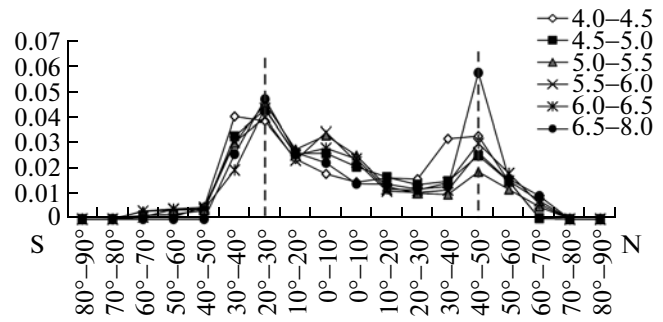
$$J_s(h) = \frac{15}{16} J_0 \left( \gamma_n \zeta(t) + \sum_{i=1}^{n-1} (\gamma_i - \gamma_{i+1}) \lambda(t, \beta_i) \right),$$

$$\lambda(t, \beta_i) = \begin{cases} \beta_i^4 t - \frac{2}{3} \beta_i^2 t^3 + \frac{1}{5} t^5, & t < \beta_i, \\ \frac{8}{15} \beta_i^5, & t \geq \beta_i, \end{cases} \quad (4)$$

В формуле (4) второе слагаемое в скобках учитывает неоднородность внутреннего строения Земли по плотности и толщине составляющих ее слоев. Поэтому критическая геоцентрическая широта будет зависеть как от числа слоев различной плотности, так и от соотношений между этими плотностями. Отметим, что значение критической геоцентрической широты и в этом случае также не будет зависеть от степени сжатия эллипсоидальных слоев, составляющих Землю. Если  $\gamma_i = 1$  для всех  $i = 1, 2, \dots, n$  (плотность слоев однородна), то формулы (2) и (4) совпадают.

Авторами рассмотрены три модели распределения плотности для неоднородной Земли: модель Буллена–Хэддона [2, 8], модель PREM [7] и модель АК135-F [9]. Рассчитанные для этих моделей критические геоцентрические широты  $\varphi^*$  оказались равными  $26^\circ 18' 36''$ ,  $26^\circ 20' 16''$ ,  $26^\circ 17' 24''$  соответственно. Эти значения практически совпадают.

На рисунке 2 приведены графики безразмерного ускорения для вариации момента инерции Земли в случаях однородной и неоднородной поверхностной плотности. Точки пересечения оси



**Рис. 3.** Широтные распределения количества сейсмических событий на Земле для шести различных магнитудных диапазонов. Величина широтного пояса  $10^\circ$ . На вертикальной оси – относительное количество сейсмических событий, нормированное на длину границ литосферных плит в каждом широтном поясе. Штриховыми линиями обозначены два максимума на широтных распределениях.

абсцисс с графиками на указанном рисунке отвечают критическим геоцентрическим широтам. Отметим, что на графике для неоднородной Земли наибольший скачок ускорения для вариации момента инерции соответствует границе между внешним ядром и нижней мантией на широте  $\varphi = 33^\circ 6' 10''$ . В этом месте характерно резкое изменение плотности для слоя  $dz$ .

Выполненные выше вычисления вариаций момента инерции Земли в зависимости от геоцентрической широты планеты показали существование критической широты, в которой убывающая вариация момента инерции изменяет знак ускорения с отрицательного на положительный.

Анализ распределения количества землетрясений и выделившейся энергии по широтам [1, 10] и разломов в земной коре [3, 4], показывает, что именно в пределах указанных геоцентрических широт существует повышенная сейсмическая активность.

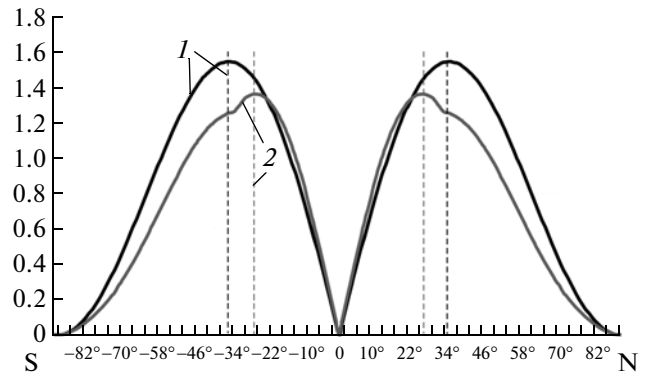
В работе [1] содержатся результаты анализа широтных и глубинных распределений землетрясений, который был выполнен авторами на материале обработки каталога ISC (свыше 250000 событий с  $M \geq 4$  с 1964 г.). Установлено, что сейсмическая активность планеты практически отсутствует на полюсах и полярных шапках Земли, обнаруживает ярко выраженные максимумы в средних широтах северного и южного полушарий ( $30^\circ$ – $50^\circ$ ) и устойчивый локальный минимум вблизи экватора. Показана устойчивость полученных распределений во времени и с изменением размера широтного пояса. Описанная бимодальная форма распределения характерна как для глубоких, так и для коровых событий, как для количества сейсмических событий, так и для энергии, выделившейся в результате землетрясений.

На рисунке 3 приведены широтные распределения количества сейсмических событий. Объяснить полученные результаты согласно теории тектоники литосферных плит не представляется возможным. В качестве возможных причин, обуславливающих рост сейсмичности в средних широтах, привлекали действие приливных сил и вариации скорости вращения Земли.

На рисунке 4 приведены графики скорости вариации (или изменения широтного градиента) момента инерции Земли. Это бимодальные функции с максимумами на широтах  $\pm 35^\circ$  (в случае однородной Земли) и  $\pm 27^\circ$  (для неоднородной Земли). Именно в пределах указанных геоцентрических широт существует повышенная сейсмическая активность. Из результатов данной работы можно сделать вывод, что геометрическая форма фигуры и плотностное распределение внутри Земли могут обуславливать местоположение гидродинамической неустойчивости и связанную с ней особенность широтного распределения сейсмичности на планете.

Следует напомнить, что небесные тела, состоящие из газообразного или жидкого вещества, характеризуются так называемым дифференциальным вращением, когда центральная часть тела имеет более высокую угловую скорость, чем полярные области. Такой режим вращения зафиксирован на Солнце, Юпитере и Сатурне, однако до сих пор это явление ожидает физического объяснения.

В реальной неоднородной Земле [2] масса твердого вещества (твердое внутреннее ядро, верхняя мантия и кора) составляет менее 22%, а на долю жидкого и вязкопластического материала (жидкое ядро и нижняя мантия) приходится около 78%. Следует отметить, что длительный процесс эволюции Земли должен был сформировать дифференциальный режим вращения планеты как небесного тела со сложной внутренней структурой. Геолого-геофизические наблюдения [6] неоднократно подтверждали существование в литосфере регматической сети разломов широтной ориентации, локальных структур и других объектов, свидетельствующих о реальности на-



**Рис. 4.** Зависимость безразмерной скорости вариации (или широтного градиента) момента инерции Земли от широты (1 — однородная Земля, 2 — неоднородная). Максимальные значения на графиках, соответствующие критическим широтам, обозначены штриховыми линиями.

хождения в средних широтах зон гидродинамической неустойчивости.

Авторы благодарят Ю.Н. Авсюка, Н.В. Короновского, А.А. Славнова и А.М. Фридмана за полезные обсуждения.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, грант 10–05–00116–а.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левин Б.В., Сасорова Е.В. // ДАН. 2009. Т. 424. № 4. С. 538–542.
2. Стейси Ф. Физика Земли. М.: Мир, 1972. 342 с.
3. Стюас М.В. // ДАН. 1960. Т. 135. № 1. С. 69–72.
4. Стюас М.В. Некоторые вопросы тектогенеза. Проблемы планетарной геологии. М., 1963. С. 222–274.
5. Фридман А.М. // УФН. 2008. Т. 178. № 3. С. 225–242.
6. Хаин В.Е., Короновский Н.В. Планета Земля от ядра до ионосферы. М.: КДУ, 2007. 244 с.
7. Anderson D.L. Theory of the Earth. Oxford: Blackwell Sci. Publ., 1989. 368 p.
8. Bullen K.E., Haddon R.A.W. // Proc. USA. Acad. Sci. 1967. V. 58. P. 846–852.
9. Montagner J.P., Kennett B.L.N. // Geophys. J. Int. 1995. V. 125. P. 229–248.
10. Sun W. // Phys. Earth and Planet. Inter. 1992. V. 71. P. 205–216.
11. Veronnet Al. // J. Mat. Pures et Appl. 1912. Sixieme ser. V. 8.